Als een speler risico x neemt op zijn service, is de service goed met een kans van $1-x$. De kans om de rally te winnen, gegeven dat een service met risico x goed is, is $P(x)$. We weten voor een speler in een wedstrijd x_1, x_2, $P(x_1)$ en $P(x_2)$, de kans dat de eerste en tweede service goed zijn, en de kans om vervolgens de rally te winnen. Dit zijn twee punten in het $x-y$ vlak. De vraag is nu hoe je deze twee punten met elkaar verbindt. Je zou een rechte lijn kunnen trekken. Maar Geoff en Graham Pollard hebben laten zien dat het waarschijnlijker is dat de meerwaarde van meer risico nemen afneemt. Zij gebruiken:

$$P(x) = a + bx + cx^2, \tag{1}$$

waarbij $b > 0$ en $c < 0$. Nu hebben we een probleem, want we moeten drie parameters schatten, maar er zijn maar twee punten gegeven. Voor de gemiddelde topspeler geldt volgens Pollard en Pollard dat $c = -0.6$ voor mannen, en $c = -0.3$ voor vrouwen. Daar gaan we hier vanuit. Dan kunnen a en b worden geschat via:

$$P(x_1) = a + bx_1 + cx_1^2 \tag{2}$$

$$P(x_2) = a + bx_2 + cx_2^2. \tag{3}$$

Nu kunnen we ook bepalen wat de optimale strategie is. De kans om het punt te winnen is gelijk aan de kans dat de eerste service goed is keer de kans om de rally op de eerste service te winnen, plus de kans dat de eerste service fout is, de tweede service goed is, en de rally op de tweede service wordt gewonnen:

$$P = (1-x_1)P(x_1) + x_1(1-x_2)P(x_2). \tag{4}$$

Eerst kan los het stuk dat betrekking heeft op de tweede service worden gemaximeerd, door de eerste afgeleide op 0 te zetten:

$$max\{(1-x_2)(a + bx_2 + cx_2^2)\} \tag{5}$$

$$max\{a + (b-a)x_2 + (c-b)x_2^2 - cx_2^3\} \tag{6}$$

$$-3cx_2^2 + 2(c-b)x_2 + (b-a) = 0 \tag{7}$$

$$x_2 = \frac{(c-b) + \sqrt{(c-b)^2 + 3c(b-a)}}{3c}. \tag{8}$$

Hier hebben we de abc-formule gebruikt:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{9}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \tag{10}$$

Hier komen twee oplossingen uit. Omdat $b > 0$ en $c < 0$ weet je dat de $+$ oplossing een maximum is, en de $-$oplossing een minimum. Daarom hoort de $+$oplossing bij de optimale service. Nu kan hetzelfde worden gedaan voor x_1:

$$max\{(1 - x_1)(a + bx_2 + cx_1^2) + x_1(1 - x_2)P(x_2)\} \tag{11}$$

$$max\{a + (b - a + (1 - x_2)P(x_2))x_1 + (c - b)x_1^2 - cx_1^3\} \tag{12}$$

$$-3cx_1^2 + 2(c - b)x_1 + (b - a + (1 - x_2)P(x_2)) = 0 \tag{13}$$

$$x_1 = \frac{(c - b) + \sqrt{(c - b)^2 + 3c(b - a + (1 - x_2)P(x_2))}}{3c}. \tag{14}$$

Nu kan dit vreemde resultaten opleveren, de kans om de rally te winnen kan bijvoorbeeld boven de 1 uitkomen. Daarom zijn we er hier vanuit gegaan dat x altijd tussen x_1 en x_2 in ligt. De keuze voor een rechte of een kwadratische lijn tussen de twee punten heeft dan ook veel minder impact. Via de oplosser/solver in Excel kan P worden gemaximeerd, onder de randvoorwaarde dat $x_1 \geq (x_{1opt}, x_{2opt}) \geq x_2$.